Утверждаю:
Председатель методической комиссии по профилю «Математика»
Десняиский В.Н. Деснянский
«20» ноября 2024 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР» ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2024-2025 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-11 класс
Вариант 1

Задание №1

Найдите в явном виде целое число, заданное выражением:

$$\sqrt{\left|12\sqrt{5}-29\right|}-\sqrt{12\sqrt{5}+29}$$

Задание №2

Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно с одного места и в одном направлении. Первый впервые обогнал второго через 5 минут, а второй обогнал третьего через 7 минут. Через сколько минут после старта первый впервые обогнал третьего?

Задание №3

Плоская фигура S представлена в виде множества точек *(x,y)*, удовлетворяющих неравенству:

$$(|x|+|1-|y|-1|^2 \le 1$$

Нарисуйте эту фигуру и найдите ее площадь.

Задание №4

Решите уравнение:

$$\mathrm{ctg}^3 x + ctg^3 2x + ctg^3 3x = (ctgx + ctg2x + ctg3x)^3$$

Задание №5

Найдите все функции $f(x)$, удовлетворяющие уравнению:

$$f(x)+(x-2)f(1)+\ 3f(0)=x^3+2$$

Задание №6

Точка D расположена на стороне MN треугольника LMN так, что ND:DM=1:2. При повороте этого треугольника на некоторый угол вокруг точки D вершина L переходит в вершину N, а вершина M в точку A, лежащую на продолжении LM за точку L.

Найдите углы треугольника LMN.

Задание №7

Найдите $\min(2y - x)$ где (x, y) удовлетворяют неравенству

$$2y - 5\mathrm{x} \geq 4x^2 + 5$$

Задание №8

Найдите все целочисленные решения системы неравенств:

$$\begin{cases} x^3 - 3y^2 - 4x + 18y - 26 > 0 \\ x^3 + y^2 - 4x - 8y + 14 < 0 \end{cases}$$

Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»
Деснянский ______ В.Н. Деснянский
«20» ноября 2024 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2024-2025 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-11 класс
Вариант 2

Задание №1

Найдите в явном виде целое число, заданное выражением:

$$\sqrt{9+\sqrt{45}}-\sqrt{1{,}5}-\sqrt{7{,}5}+1$$

Задание №2

Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно с одного места и в одном направлении. Первый впервые обогнал второго через три минуты, а еще через две минуты в третий раз обогнал третьего.

Через сколько минут после старта второй впервые обогнал третьего?

Задание №3

Плоская фигура S представлена в виде множества точек *(x,y)*, удовлетворяющих неравенству:

$$(|y|+\big|1-|x|\big|-1)^2 \le 1$$

Найдите площадь этой фигуры и нарисуйте ее на плоскости *(x,y)*

Задание №4

Решите уравнение:

$$\boldsymbol{cos^3x+cos^3 2x+cos^3 3x}=(cosx+cos2x+cos3x)^{\mathbf{3}}$$

Задание №5

Функция $f(x)$ для всех *x* удовлетворяет уравнению

$$f(x+1)=f(\mathrm{x})+2\mathrm{x}+1$$

Найдите $f(2001)$, если $f(0)=0$

Задание №6

При повороте треугольника KLM на угол 120° вокруг точки A, лежащий на стороне KL, вершина M переходит в вершину K, а вершина L в точку P, лежащую на продолжении стороны LM за точку M.

Найдите отношение площадей треугольников KLM и LPA.

Задание №7

Найдите min 3y-2x для тех (x, y), которые удовлетворяют неравенству:

$$3y + 2\text{x} \geq x^2 + 5$$

Задание №8

Найдите все целочисленные решения системы неравенств:

$$\begin{cases} y^3 - 3x^2 - y + 18x - 26 > 0 \\ y^3 + x^2 - y - 8x + 14 < 0 \end{cases}$$

Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»
_____________В.Н. Деснянский
«20» ноября 2024 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР» ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2024-2025 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-11 класс
Вариант 3

Задание №1

Найдите в явном виде целое число, заданное выражением:

$$\sqrt{|40\sqrt{2}-57|}-\sqrt{40\sqrt{2}+57}$$

Задание №2

Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно с одного места и в одном направлении. Первый впервые обогнал второго через шесть минут, второй обогнал впервые третьего через четыре минуты.

Через сколько минут после старта первый впервые обогнал третьего?

Задание №3

Плоская фигура S представлена в виде множества точек (x,y), удовлетворяющих неравенству:

$$(|x|+|2-|y||-2)^2 \leq 4$$

Нарисуйте эту фигуру и найдите ее площадь.

Задание №4

Решите уравнение:

$$sin^3 x + sin^3 2x + sin^3 3x = (sinx + sin2x + sin3x)^3$$

Задание №5

Найдите все функции $f(x)$, удовлетворяющие уравнению

$$f(x)+(1-x)f(0)+\ f(-1)=x^3-3$$

Задание №6

Точка O расположена на стороне AC треугольника ABC так, что CO:CA=2:3. При повороте этого треугольника на некоторый угол вокруг точки O вершина B переходит в вершину C, а вершина A в точку D, лежащую на стороне AB.

Найдите отношение площадей треугольников BOD и ABC.

Задание №7

Найдите min 4y-3x где (x, y) удовлетворяют неравенству:

$$4y - \mathrm{x} \geq 4x^2 + 1$$

Задание №8

Найдите все целочисленные решения системы неравенств:

$$\begin{cases} y^3 - 3x^2 - 4y + 18x - 26 > 0 \\ y^3 + x^2 - 4y - 8x + 14 < 0 \end{cases}$$

Утверждаю:
Председатель методической комиссии по профилю «Математика»
_____________ В.Н. Деснянский
«20» ноября 2024 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР» ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2024-2025 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-11 класс
Вариант 4

Задание №1

Найдите в явном виде целое число, заданное выражением:

$$\sqrt{\left|17-12\sqrt{2}\right|}\cdot\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}$$

Задание №2

Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно с одного места и в одном направлении. Первый впервые обогнал второго через девять минут, второй обогнал впервые третьего через шесть минут.

Через сколько минут после старта первый впервые обогнал третьего?

Задание №3

Плоская фигура S представлена в виде множества точек *(x,y)*, удовлетворяющих неравенству:

$$(|y|+\left|1-|x|\right|-1)^2\le 9$$

Нарисуйте эту фигуру и найдите ее площадь.

Задание №4

Решите уравнение:

$$tg^3x+tg^3 2x+tg^3 3x=(tgx+tg2x+tg3x)^3$$

Задание №5

Функция $f(x)$ для всех x удовлетворяет уравнению:

$$f(x+1)=f(x)+\ 2x+3$$

Найдите $f(2001)$, если $f(0)=1$

Задание №6

При повороте треугольника EFG на угол $\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$, вокруг точки O, лежащей на стороне EG, вершина F переходит в вершину E, а вершина G в точку H, лежащую на стороне FG.

Найдите отношение, в котором точка O делит сторону EG.

Задание №7

Найдите минимум выражения $3y - 2x$, где x,y удовлетворяют неравенству:

$$3y \geq x^2 + 6$$

Задание №8

Найдите все целочисленные решения системы неравенств:

$$\begin{cases} x^3 - 3y^2 - x + 18y - 26 > 0 \\ x^3 + y^2 - x - 8y + 14 < 0 \end{cases}$$